Prof : M. Féthi	**Devoir de contrôle N°2**	Classe : $3^{éme}$ T
Lycée : Mezria Monastir Année : 2012/2013	**Mathématiques**	Durée : 2 Heures Date : 28/01/2013

Exercice n°1 : (QCM)

Cocher la réponse exacte :

1) Soit f une fonction dérivable sur un intervalle ouvert I et $a \in$ I si $f^{'}(a) = 0$ alors :

☐ f admet un extremum local en a.

☐ $\mathrm{T}_a : y = f(a)$

2) Soit f une fonction définie et dérivable sur $]0, +\infty[$ et a, b deux réels strictement positifs. Si $f^{'}(x) \geq 0$ pour tout $x \in [a, b]$ et $f(b) = 0$ alors :

☐ f est négative sur $[a, b]$.

☐ f est positive sur $[a, b]$.

3) La fonction $x \mapsto \sqrt{x-1}$ est dérivable sur :

☐ $[1, +\infty[$ ☐ $]-\infty, 1]$ ☐ $]1, +\infty[$

4) L'ensemble des solutions dans IR de l'équation : $\cos x = 0$ est :

☐ $\frac{\pi}{2} + k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ ☐ $k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$ ☐ $\frac{\pi}{2} + 2k\pi$; $k \in \mathbb{Z}$

5) Soit $x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ tel que : $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ alors $\sin 2x =$

☐ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ☐ 1 ☐ $\frac{1}{2}$

Exercice n°2 :

On considère la fonction h définie sur IR par : $h(x) = cos(2x) - sin(2x) + 1$.

1) Calculer $h\left(\frac{41\pi}{8}\right)$

2) Montrer que pour tout réel x on a : $h\left(\frac{\pi}{4} - x\right) + h(x) = 2$.

3) a) Montrer que pour tout réel x on a : $cos(2x) - sin(2x) = \sqrt{2}cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) Résoudre dans IR l'équation : $h(x) = 2$.

c) Résoudre dans IR l'inéquation : $h(x) < 1$.

4) a) Montrer que pour tout réel x on a : $h(x) = 2cosx\,(cosx - sinx)$.

b) En déduire les solutions de l'équation : $h(x) = 0$ dans l'intervalle $[0, 2\pi[$

5) Soit la fonction k définie sur $[0, 2\pi[$ par : $k(x) = \frac{2\cos 2x}{h(x)}$.

a) Déterminer D_k , le domaine de définition de la fonction k.

b) Montrer que pour tout réel $\mathrm{x} \in \mathrm{D}_k$ on a : $k(x) = 1 + tanx$.

c) En déduire la valeur de $tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

(on rappelle que : $\cos(a+b) = \cos a \,.\cos b - \sin a \,.\sin b$)

Exercice n°3 :

Soit $f(x) = \frac{2x-2}{x-2}$

1) a) Déterminer D_f

b) Etudier la continuité et la dérivabilité de f.

2) a) Déterminer $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

   b) Interpréter le résultat.

3) Montrer que I(2,2) est un centre de symétrie de la courbe de f.

4) On se propose de déterminer les réels a et b tel que : $f(x) = a + \frac{b}{x-2}$; $x \neq 2$

   a) Calculer $\lim\limits_{x \to 2}(x-2)f(x)$, en déduire la valeur de b.

   b) Calculer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$, en déduire la valeur de a.

   c) Vérifier que la droite $\Delta: X = a$ est une asymptote verticale à la courbe de f.

5) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.

6) Tracer la courbe $\mathscr{C}$ de f.